

MATEMÁTICA 3 - Módulo 4 - Proporcionalidade e funções afim

Razão

Em certo concurso, foram aprovados 6 candidatos de um total de 25. Os candidatos aprovados representam quantos por cento do total?

$$\frac{\text{candidatos aprovados}}{\text{total de candidatos}} = \frac{6}{25} = 0,24 = \frac{24}{100} = 24\%$$

Podemos comparar duas grandezas por meio de uma razão. A razão entre os números 6 e 25, pode ser indicada pela fração $6/25$ ou pelo quociente 24:100.

O conceito de razão nos permite fazer comparações de grandeza entre dois números.

Existem razões que recebem nomes especiais. Algumas delas são: densidade demográfica, velocidade média, escala e porcentagem.

Denominamos de **razão** entre dois números **a** e **b** (b diferente de zero) o quociente **a/b** ou **a:b**.

Proporção

É uma igualdade entre duas razões.

Propriedade Fundamental

A propriedade fundamental da proporção diz que o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Propriedades :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{ac}{bd} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$$

Grandezas diretamente proporcionais

É o caso de elementos que estão relacionados por uma **razão**:

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \dots \dots \dots \frac{x_n}{y_n} = k \text{ (Onde k é a constante de proporcionalidade)}$$

Exemplo

Se três cadernos custam R\$ 8,00, o preço de seis cadernos custará R\$ 16,00. Observe que se

dobramos o número de cadernos também dobramos o valor dos cadernos. Confira pela tabela:

Cadernos	R\$
3	8,00
6	16,00
12	32,00
24	64,00

Diagrama de anotações:
 - Uma seta curva rotulada "x2" aponta do valor 3 para 6 na primeira coluna.
 - Uma seta curva rotulada "x2" aponta do valor 8,00 para 16,00 na segunda coluna.
 - Uma seta curva rotulada "x2" aponta do valor 12 para 24 na primeira coluna.
 - Uma seta curva rotulada "x2" aponta do valor 32,00 para 64,00 na segunda coluna.

Grandezas inversamente proporcionais

É o caso de elementos que estão relacionados por um **produto**:

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \dots = \frac{x_n}{y_n} = k \text{ ou } x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = \dots = x_n \cdot y_n = k$$

(Onde k é a constante de proporcionalidade)

Exemplo

Para encher um tanque são necessárias 30 vasilhas de 6 litros cada uma. Se forem usadas vasilhas de 3 litros cada, quantas serão necessárias?

Vasilhas	Litros
30	6
60	3

Diagrama de anotações:
 - Uma seta curva rotulada "x2" aponta do valor 30 para 60 na primeira coluna.
 - Uma seta curva rotulada "= 2" aponta do valor 6 para 3 na segunda coluna.

Regra de três simples

A regra de três é amplamente aplicável e até define, de certo modo, o conceito de proporcionalidade. Através da igualdade de duas razões, podemos multiplicar em cruz as grandezas e determinar o elemento de interesse.

Exercícios resolvidos

1. Uma usina produz 500 litros de álcool com 6 000 kg de cana – de – açúcar. Determine quantos litros de álcool são produzidos com 15 000 kg de cana.

Solução:

kg	litros de álcool
6000	500
15000	x

As grandezas são diretamente proporcionais.

$$\frac{6000}{15000} = \frac{500}{x}$$

$$\frac{6}{15} = \frac{500}{x}$$

$$6x = 7500$$

$$x = \frac{7500}{6}$$

$$x = 1250$$

2. Uma equipe de 5 professores gastou 12 dias para corrigir as provas de um vestibular. Considerando a mesma proporção, quantos dias levarão 30 professores para corrigir as provas?

Solução:

professores	dias
5	12
30	x

Grandezas inversamente proporcionais

$$\frac{5}{30} = \frac{x}{12}$$

$$30x = 60$$

$$x = \frac{60}{30}$$

$$x = 2$$

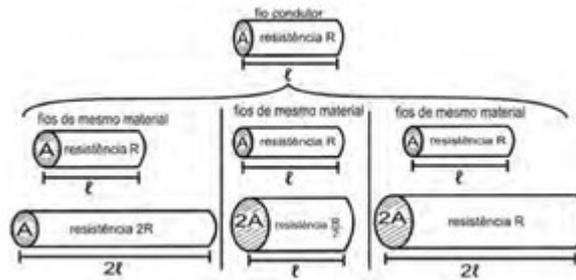
A equipe de 30 professores levará 2 dias para corrigir as provas.

Resoluções de exercícios

1. A resistência elétrica e as dimensões do condutor

A relação da resistência elétrica com as dimensões do condutor foi estudada por um grupo de cientistas por meio de vários experimentos de eletricidade. Eles verificaram que existe proporcionalidade entre resistência (R) e comprimento (l), dada a mesma seção transversal (A) resistência (R) e área da seção transversal (A), dado o mesmo comprimento (l) comprimento (l) e área da seção transversal (A), dada a mesma resistência (R).

Considerando os resistores como fios, pode-se exemplificar o estudo das grandezas que influem na resistência elétrica utilizando as figuras seguintes



As figuras mostram que as proporcionalidades existentes entre resistência (R) e comprimento (l), resistência (R) e área da secção transversal (A), e entre comprimento (l) e área da secção transversal (A) são, respectivamente:

- direta, direta e direta
- direta, direta e inversa
- direta, inversa e direta
- inversa, direta e direta
- inversa, direta e inversa

2. A direção de uma escola comprará lapiseiras para distribuir para os seus alunos. Sabe-se que x lapiseiras custam y reais.

O número máximo de lapiseiras que a direção da escola conseguirá comprar com z reais é o maior inteiro menor do que, ou igual a:

- $\frac{x.z}{y}$
- $\frac{y.z}{x}$
- $\frac{z}{y.x}$
- $\frac{z}{y}$
- $\frac{z}{x}$

3. Quem comprou um Xbox One e correu para ligá-lo na TV para começar a jogar viveu um momento de expectativa que pode ter durado apenas o tempo necessário para ler esta frase até aqui. O nível de ansiedade é determinado pela banda larga. Enquanto um jogador com conexão de 1 Mbps sofreu 1 hora e 6 minutos para baixar o pacote de 500 Mb obrigatório para finalizar a instalação, outro com um link de 10 Mbps esperou 6 minutos e 36 segundos.

A partir do exposto, utilizando uma conexão de 200 Mbps, pacote de 500 Mb será baixado em aproximadamente:

- 20 segundos
- 23 segundos
- 25 segundos
- 32 segundos
- 38 segundos

4. Cinco substâncias foram analisadas em laboratório e suas massas e seus volumes catalogados como mostram os dados a seguir.

- Substância A: massa = 500g e volume = 250cm³
- Substância B: massa = 750g e volume = 250cm³
- Substância C: massa = 0,8kg e volume = 160cm³
- Substância D: massa = 4hg e volume = 125cm³
- Substância E: massa = 300g e volume = 200cm³

Após o cálculo, concluiu-se que a substância com menor densidade absoluta é a:

- a) A b) B c) C d) D e) E